



IX OMSIL

OLIMPIADA MATEMÁTICA SAN IGNACIO DE LOYOLA

01. Un recipiente contiene 75L de alcohol puro, se agrega 50L de agua, luego se saca 100L de mezcla y se reemplaza por agua. Calcula el grado final de la mezcla.
 A) 20% B) 16% C) 15% D) 12%

02. La nueva calle de la Av. Andrés Razuri del nuevo local del colegio San Ignacio de Loyola se puede construir con 30 obreros en 20 días trabajando 8 horas diarias, luego de 10 días se retiran 10 obreros. ¿Cuántos obreros doblemente eficientes se deberá contratar para acabar la obra en el plazo establecido si la dificultad del terreno ahora es el doble?
 A) 20 B) 5 C) 15 D) 10

03. Dar el valor de verdad de las siguientes proposiciones
 I. $MCD(a + b; a) = MCD(a; b)$
 II. $MCD(a + b; b) = MCD(a; b)$
 III. $MCD(3a + b; a) = MCD(a; b)$
 A) VVF B) FVF C) VFV D) VVV

04. Si $2^{2^{3^{2^2}}} = 4^{4^x}$ Calcula el valor de x
 A) 40 B) 32 C) 36 D) 24

05. Si r un número real tal que:
 $\sqrt[3]{r} - \frac{1}{\sqrt[3]{r}} = 2$. Calcula el valor de $r^3 + \frac{1}{r^3}$
 A) 2700 B) 2786 C) 2780 D) 2756

06. Si a y b son reales positivos. Calcula el valor de la expresión

$$\frac{\sqrt{(a+2)b + \sqrt{8}}}{\sqrt{\frac{(ab+2)(b+4)}{4} + \sqrt{2b(a+2)}}}$$

A) $\frac{a+b}{b}$ B) $\frac{a+b}{a}$ C) 1 D) 2

07. Dado el polinomio

$$P(x) = \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} + \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)}$$

$$a \neq b, a \neq c, b \neq c$$

Calcula: $P(0) + P(1) + \dots + P(2015)$

- A) 0 B) 1 C) 2015 D) 2016

08. Luego de factorizar el polinomio

$$P(x) = x^6 - 4x^4 + 3x^2 + 2x - 1.$$

Calcula la suma de sus factores primos.

- A) $2x(x^2 - 2)$ B) $x(x^2 - 2)$ C) $x^3 - 4x$
 D) $2x^3 - x$

09. Si $a + \sqrt{a^2 - b^2} = 16$; $a - \sqrt{a^2 - b^2} = 4$.

Calcula un valor de $a + b$.

- A) 14 B) 16 C) 2 D) 8

10. Si a, b y c son números que cumplen las condiciones. $a + b + c = 20$, $a^2 + b^2 + c^2 = 300$.
 Calcula el valor de

$$T = (a - b)^2 + (b - c)^2 + (a - c)^2$$

- A) 425 B) 500 C) 520 D) 700

11. Dada la ecuación cúbica $x^3 - 9x^2 + bx - 27 = 0$ de raíces positivas.

Calcula el valor de b .

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 18

12. Si a, b y c son reales positivos tales que:

$$b(c + a) = 162$$

$$c(a + b) = 170$$

$$a(b + c) = 152$$

Calcula el valor de $a + b + c$.

- A) 25 B) 26 C) 27 D) 28



13. Sean x, y y z reales positivos tales que:

$$\begin{aligned}x^2y + y^2 &= 5z \\ y^2z + z^2 &= 3x \\ z^2x + x^2 &= 4y\end{aligned}$$

Calcula el mayor valor de xyz .

- A) $\frac{\sqrt{409} + 13}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{\sqrt{409} - 13}{2}$ D) 2

14. Resuelva la inecuación $n + \frac{1}{n} < 5 + \frac{1}{5}$
A) $< -\infty; 5 >$ B) $< -\infty; 0 > \cup < 0; 5 >$
C) $< 0; 5 >$ D) $< -\infty; 0 >$

15. Sí:

$$n - 1 < \sqrt{11 + \sqrt{11 + \sqrt{11 + \dots}}} < n$$

$n \in \mathbb{N}$. Calcula el valor de n .

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

16. Dada la inecuación $\frac{x^2 - 80x + 150}{x^2 - 55x + 700} < 0$.
Calcula la longitud del conjunto solución.
A) 25 B) 35 C) 20 D) 15

17. Calcule el mínimo valor de la función f dada por $f(x) = |x + 2| + |x - 1| + |x - 2|$, $x \in \mathbb{R}$
A) 3 B) 4 C) 5 D) 7

18. Dada la igualdad $x^2y^3 = 6^{2015}$. Calcula el número de pares ordenados $(x; y)$ de números enteros positivos que verifican.
A) 336 B) 335 C) 334 D) 333

19. En un triángulo ABC la $m\angle ABC = 20^\circ$, $m\angle BCA = 80^\circ$, se traza la bisectriz interior \overline{AP} y se prolonga hasta el punto E tal que la $m\angle ECB = 50^\circ$. Calcule $m\angle BEA$
A) 65° B) 70° C) 55° D) 40°

20. Sobre el lado \overline{AB} de un cuadrado $ABCD$ se dibuja exteriormente el triángulo rectángulo ABF , de hipotenusa AF . Se sabe que $AF = 6\text{cm}$, y que $BF = 8\text{cm}$. Llamamos E al centro del cuadrado. Calcula EF .
A) $7\sqrt{2}\text{ cm}$ B) $6\sqrt{2}\text{ cm}$ C) $8\sqrt{2}\text{ cm}$
D) 9 cm



